MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
Liberté
Égalité
Fraternité

EST MAT 1

SESSION 2024

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Concours externe - Concours externe spécial langue régionale - Troisième concours
Second concours interne - Concours interne spécial langue régionale

Deuxième épreuve d'admissibilité

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique (y compris les montres connectées) est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.
Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.

Tournez la page S.V.P

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants

EXERCICE 1

Un enseignant d'une classe de CM1 dans la commune de Rennes fait construire aux élèves un pluviomètre pour relever les quantités de précipitations pendant les dix mois de l'année scolaire. Les élèves doivent amener une bouteille d'eau en plastique pour cette réalisation.

Partie A

Pour réaliser son pluviomètre, Jules, un élève de la classe, coupe la bouteille comme l'indique la figure ci-contre. Il construit ensuite un axe gradué en partant du fond du pluviomètre avec des graduations d'unité 1 cm.

Dans les questions 1 et 2, on assimile le pluviomètre de Jules à un cylindre de diamètre 8,4 cm et de hauteur 15 cm.

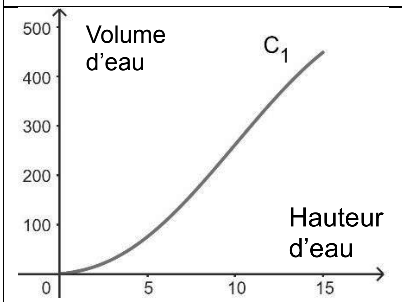
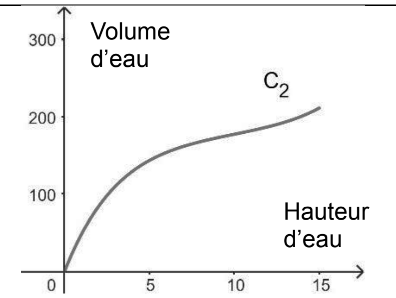
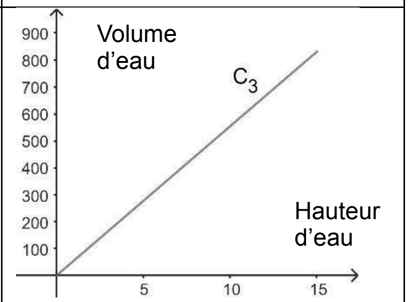
On rappelle que le volume d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h est égal à Bh.

1. Jules souhaite découper une étiquette rectangulaire de largeur 2 cm qui fasse le tour du pluviomètre pour écrire son prénom. Déterminer une valeur approchée par excès au millimètre près de la longueur minimale de cette étiquette.

2. Déterminer la valeur exacte, puis une valeur arrondie au centilitre du volume en litres du pluviomètre.

3. Inès a oublié sa bouteille. Jules lui propose de lui donner la partie haute de sa bouteille, en plaçant le bouchon en bas pour former son pluviomètre.

Les trois courbes ci-dessous représentent le volume d'eau recueilli en cm³ en fonction de la hauteur d'eau mesurée en cm. Identifier la courbe qui correspond au pluviomètre de Jules et celle qui correspond au pluviomètre d'Inès. Aucune justification n'est attendue.

Courbe n°1	Courbe n°2	Courbe n°3
		

Partie B

L'ensemble de la classe utilise un pluviomètre similaire à celui élaboré par Jules. En fin d'année scolaire, les élèves font le bilan des relevés effectués chaque mois.
Dans le cadre d'un projet visant à comparer les différents climats en France, la même expérience est menée dans une école de la commune de Lyon.

Document 1

Relevés mensuels de précipitations dans le pluviomètre de Jules durant l'année scolaire 2022/2023 à Rennes.

Mois	Hauteur d'eau (mm)
Septembre	65
Octobre	103
Novembre	24
Décembre	122
Janvier	53
Février	44
Mars	19
Avril	27
Mai	57
Juin	134

Document 2

Bilan des relevés mensuels de précipitations dans un pluviomètre de l'école lyonnaise pour les dix mois de l'année scolaire 2022/2023.

Résultats mensuels de septembre 2022 à Juin 2023.

Moyenne : 70,6 mm
Médiane : 58 mm
Hauteur minimale : 18 mm
Hauteur maximale : 179 mm
Les valeurs relevées sont toutes différentes.

1. Parmi ces deux villes, déterminer celle qui a connu les plus fortes précipitations mensuelles en moyenne durant les dix mois de l'année scolaire 2022-2023.

2. Calculer et comparer les étendues des précipitations mensuelles à Rennes et à Lyon durant cette période.

3. L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier.
« Dans la commune de Lyon, il y a 5 mois de l'année scolaire 2022-2023 pendant lesquels les précipitations mensuelles ont été supérieures ou égales à 70,6 mm »

EXERCICE 2

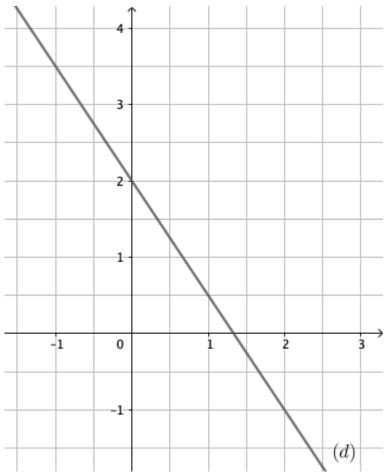
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

1. **Affirmation 1 :** Le nombre $0{,}28$ est un nombre rationnel.

2. On considère deux nombres réels strictement positifs a et b.
   Affirmation 2 : Le quotient de a par b est strictement inférieur au nombre a

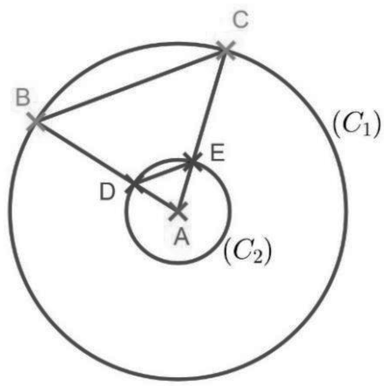
3. **Affirmation 3 :** Le produit de deux entiers naturels impairs est un entier naturel impair.

4. Dans le repère ci-contre, la droite *(d)* est la représentation graphique d'une fonction affine f. La droite *(d)* passe par les points de coordonnées $(1\,;0{,}5)$ et $(0\,;2)$.

   Affirmation 4 :
   Pour tout nombre réel x, $f(x) = 2x - 1{,}5$

5. La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
   On a tracé deux cercles de centre A :
   - le cercle (C_1) de rayon 7,8 cm
   - le cercle (C_2) de rayon 2,4 cm.
   Le segment [DE] mesure 2,9 cm.
   A, D et B sont alignés.
   A, E et C sont alignés.

   Affirmation 5 :
   La longueur BC arrondie au millimètre est égale à 9,4 cm.

EXERCICE 3

Pour consolider l'addition de deux nombres entiers en début de cycle 2, un enseignant propose à des élèves d'une classe de CP d'utiliser des dés.

Partie A

Les dés utilisés par les élèves sont assimilés à des cubes de côté 19 mm dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ils sont conçus de telle sorte que la somme des nombres indiqués sur deux faces opposées est égale à 7.

Construire un agrandissement de coefficient 2 d'un patron d'un tel dé en attribuant un numéro à chacune des faces.

Partie B

Le jeu consiste à lancer deux dés et à additionner les nombres obtenus sur les faces supérieures. On considère que ces deux dés sont équilibrés.

1. Donner tous les résultats possibles de cette expérience aléatoire.

2. Déterminer la probabilité de l'événement : « La somme obtenue est égale à 4 ».

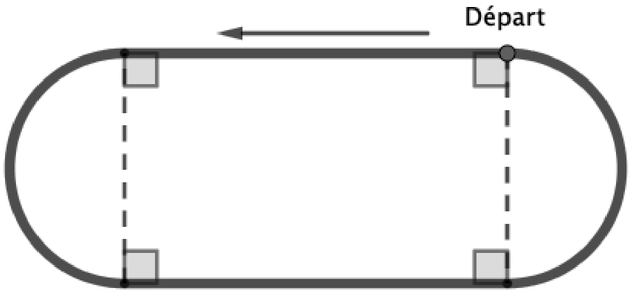
3. **a.** Quelle somme a la plus grande probabilité d'apparaître ?
b. Quelle est cette probabilité ?

Partie C

Plus tard dans l'année, l'enseignant utilise une variante du jeu pour faire calculer des différences. Le jeu consiste désormais à lancer deux dés et à déterminer l'écart entre les deux nombres obtenus sur les faces supérieures, c'est-à-dire la différence entre le plus grand et le plus petit de ces deux nombres.

Dans le contexte de cette variante du jeu, proposer un exemple d'événement dont la probabilité est égale à $\frac{1}{6}$.

EXERCICE 4



Une enseignante entraine les élèves de sa classe de CM1 à la course longue sur une piste d'une longueur totale de 200 m ayant la forme ci-dessus.

Partie A

Afin d'aider les élèves dans le relevé de leur performance, l'enseignante dispose huit plots équidistants tout au long de la piste. Les élèves forment des binômes et se répartissent les rôles : l'un d'entre eux court, l'autre l'observe et note la distance parcourue puis ils inversent leurs rôles.

L'enseignante demande aux élèves de courir pendant 5 minutes et de compléter la fiche suivante. La distance retenue est la distance entre le point de départ et le dernier plot franchi. Voici les résultats d'un binôme :

Prénom	Nombre de tours complets parcourus	Nombre de plots franchis dans le tour incomplet	Distance parcourue (en m)
Lola	4	1	825
Joris	3	4	700

1. **a.** Justifier que Lola a bien parcouru la distance affichée dans le tableau.
   b. Déterminer sa vitesse moyenne en m/min.
2. Déterminer la vitesse moyenne de Joris en km/h.
3. Exprimer, en pourcentage arrondi à l'unité, la distance supplémentaire parcourue par Lola par rapport à celle parcourue par Joris.

Partie B

L'enseignante utilise un tableur pour calculer la distance parcourue et la vitesse moyenne de chaque élève de la classe.

	A	B	C	D	E
1	Prénom	Nombre de tours compets parcourus	Nombre de plots franchis dans le tour incomplet	Distance parcourue (en mètres)	Vitesse moyenne (en km/h)
2	Lola	4	1	825	9,9
3	Joris	3	4	700	
4	Anne	3	7	775	
5	Léa	2	7	575	
6	Noah	3	3	675	

1. Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule D2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété.

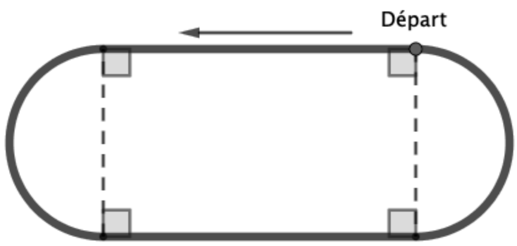
2. Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule E2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété.
3. L'enseignante rassemble les résultats des distances parcourues par les élèves dans le tableau ci-dessous.

Distance parcourue (m)	550	575	625	650	675	700	750	775	825	850
Effectif	2	1	4	2	3	6	1	3	2	1

Déterminer la distance moyenne parcourue par les élèves de cette classe.

Partie C

La piste est représentée par le trait continu sur le schéma ci-contre.
Elle a été obtenue à partir d'un rectangle et de deux demi-cercles dont les diamètres sont égaux à la largeur du rectangle.
Le format du rectangle, c'est-à-dire le quotient $\frac{\text{longueur du rectangle}}{\text{largeur du rectangle}}$, est égal à $\frac{5}{3}$.



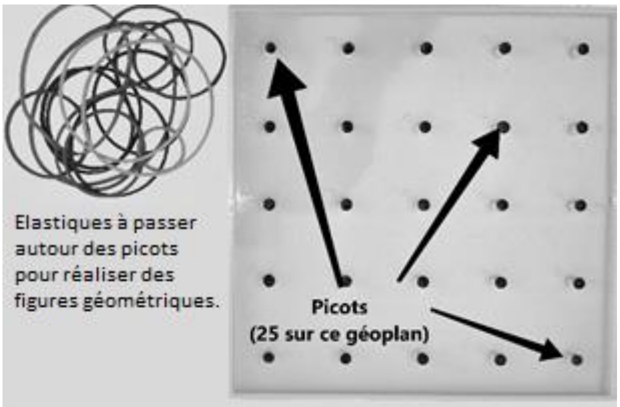
1. Dans cette question, on suppose que la longueur du rectangle est de 20 m.
   a. Montrer que la largeur du rectangle est alors de 12 m.
   b. Déterminer un arrondi au mètre de la longueur de la piste.

2. Déterminer la longueur et la largeur du rectangle afin que la piste ait une longueur totale de 200 m. Arrondir au centimètre chaque dimension.

EXERCICE 5

Un géoplan est une planche carrée qui comporte des picots espacés régulièrement autour desquels peuvent être accrochés des élastiques de longueurs variées.

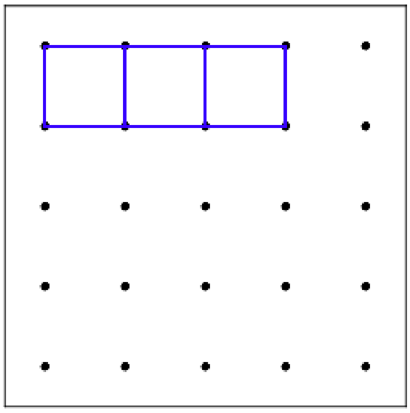
Un enseignant propose à des élèves d'une classe de CM d'utiliser un géoplan dans le but de réaliser des figures géométriques.



Partie A

L'enseignant donne la consigne suivante à un groupe d'élèves : « Vous réaliserez le tour du géoplan en formant des carrés les plus petits possibles. Utilisez un élastique différent pour la construction de chaque carré. Ces carrés seront ainsi placés au plus près des bords du géoplan ».

Sur l'image ci-contre, l'élève a commencé en construisant les trois premiers carrés du tour du géoplan.



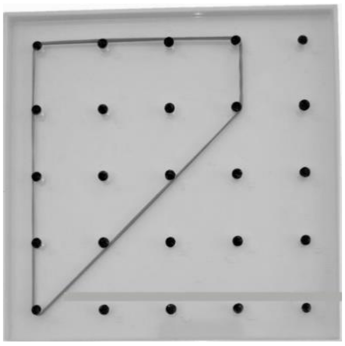
1. Montrer que l'élève doit construire 12 carrés pour réaliser le tour d'un géoplan de 25 picots.
2. Déterminer le nombre de carrés nécessaires pour réaliser le tour d'un géoplan de 81 picots.
3. On note n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Justifier que le nombre de carrés nécessaires pour réaliser le tour d'un géoplan de n^2 picots est donné par l'expression $4n - 8$.
4. On dispose d'un nombre d'élastiques permettant de construire 107 carrés pour réaliser le tour d'un géoplan.
   Déterminer le nombre maximal de picots de ce géoplan. Justifier la réponse.

Partie B

L'enseignant propose ensuite aux élèves de réaliser librement une figure géométrique sur un géoplan de 25 picots.

Sur le géoplan, deux picots contigus horizontalement ou verticalement sont séparés de 3 cm.

Un élève a réalisé la figure ci-contre.

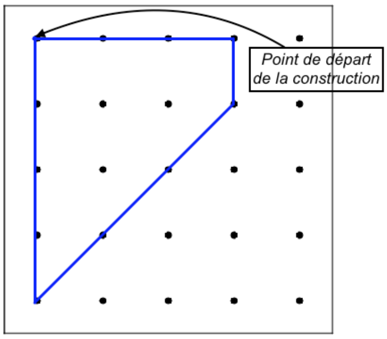


On négligera l'épaisseur des picots pour répondre aux questions suivantes.

1. Construire la figure réalisée par l'élève en vraie grandeur.

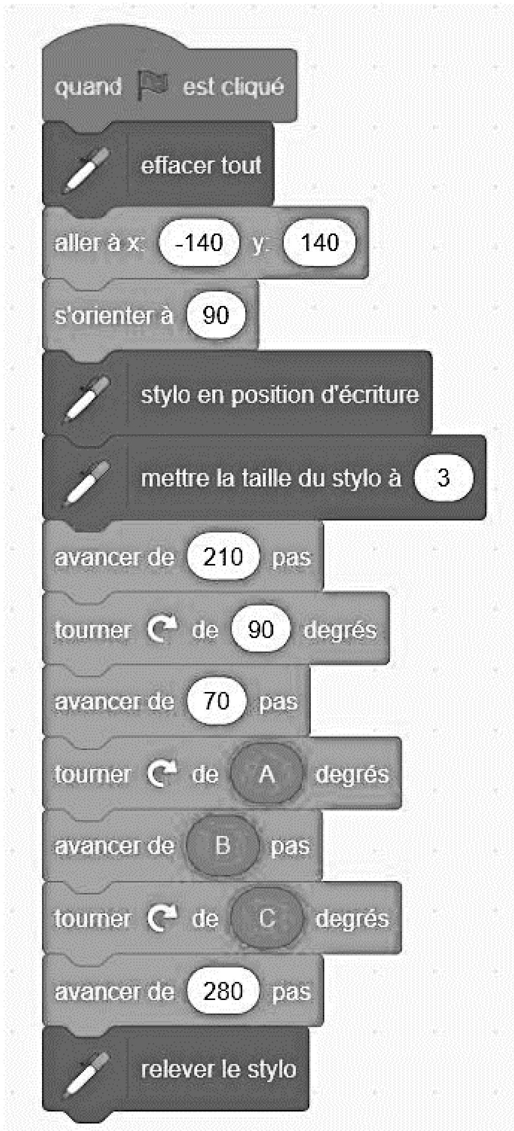
2. **a**. Déterminer l'aire en cm² de cette figure.
b. Déterminer la valeur exacte du périmètre de cette figure.

3. Un programme réalisé sur le logiciel « Scratch » permet de construire la figure ci-dessous :



En prenant 3 cm pour 70 pas, déterminer les valeurs à attribuer aux lettres A, B et C pour que le script proposé ci-contre permette de construire cette figure. On prendra une valeur approchée à l'unité pour B.

Le point de départ de la figure a pour coordonnées $(-140\,;140\,)$*.*
On rappelle que « s'orienter à 90 » permet de s'orienter vers la droite.



Information aux candidats

Les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Externe

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**EXT PU**	**102**	**9418**
Privé	**EXT PR**	**102**	**9418**

Concours Externe - Spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**EXT LR PU**	**102**	**9418**
Privé	**EXT LR PR**	**102**	**9418**

Troisième concours

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**3ème PU**	**102**	**9418**
Privé	**3ème PR**	**102**	**9418**

Second concours interne

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**2INT PU**	**102**	**9418**
Privé	**2INT PR**	**102**	**9418**

Concours interne - spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**2INT LR PU**	**102**	**9418**
Privé	**2INT LR PR**	**102**	**9418**

IMPRIMERIE NATIONALE – 24 0904 – D'après documents fournis